

〔研究ノート〕

Long Range Cruise での空気抵抗内訳

中山 周一*

*日本文理大学工学部航空宇宙工学科

Aerodynamic Drag Breakdown at Long Range Cruise

Shuichi NAKAYAMA*

*Department of Aerospace Engineering, School of Engineering, Nippon Bunri University

1. 概要

空気抵抗（以下、抗力）が最小となる飛行条件では、揚力に起因する誘導抗力とそれ以外の非誘導抗力の内訳（以下、抗力内訳）は50：50で、航続距離が最大になる飛行条件では25：75と説明されることが多い（以下、通説）⁽¹⁾。一方、ボーイング・エアバス社が「typical」と称する抗力の内訳^(2,3)は、図1に示すように抗力内訳50：50より若干非誘導抗力が大きくなっている。通説は推力当たりのエンジン燃料消費率一定を前提としているが、仕事率当たりの燃料消費率一定を想定すると航続距離最大 MRC（Max Range Cruise）は、抗力最小となり抗力内訳は50：50となる⁽⁴⁾。

本技術ノートは、MRC に対し抗力が1/0.99倍となる高速側の条件である LRC（Long Range Cruise）⁽⁵⁾の抗力内訳は43：57になることを示す。本結果は、ボーイング・エアバスの提示値にほぼ一致する。

2. 理論検討

水平飛行時の抗力 D は次式で表され、飛行速度 V の2乗に反比例する第1項が誘導抗力、 V の2乗に比例する第2項が非誘導抗力である。

$$D = \left[\frac{W^2}{2\rho e S_{af}} \right] \frac{1}{V^2} + \left[\frac{1}{2} \rho c_f S_{wet} \right] V^2$$

ここで、 W は機体重量であり揚力に等しく、第1項の誘導抗力は揚力に依存することを表す。 S_{af} は主翼幅 b により $S_{af} = \pi(b/2)^2$ で表される主翼が捉える空気のマスフロー断面積、 ρ は空気密度、 e はオズワルド係数、 S_{wet} は機体濡れ面積（空気に接する表面積）、 c_f は空気の摩擦係数である。

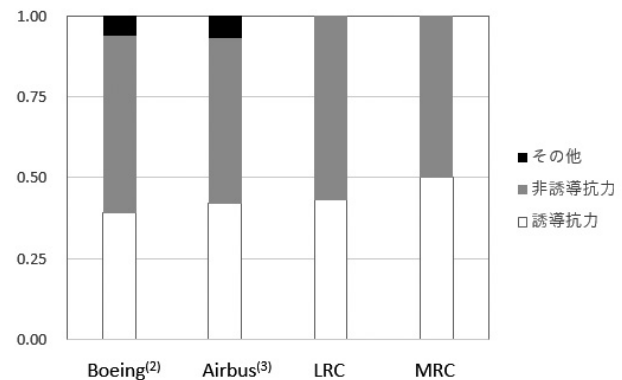


図1 巡航時の抗力内訳

上式に、MRC での速度⁽⁴⁾

$$V_{MRC}^2 = \frac{1}{\rho} \frac{W}{\sqrt{c_f S_{wet} e S_{af}}}$$

を代入すると

$$\begin{aligned}
D_{MRC} &= \left[\frac{W^2}{2\rho e S_{af}} \right] \frac{1}{V_{MRC}^2} + \left[\frac{1}{2} \rho c_f S_{wet} \right] V_{MRC}^2 \\
&= \frac{W}{2} \sqrt{\frac{c_f S_{wet}}{e S_{af}}} + \frac{W}{2} \sqrt{\frac{c_f S_{wet}}{e S_{af}}} \\
&= W \sqrt{\frac{c_f S_{wet}}{e S_{af}}}
\end{aligned}$$

となり、MRCでは誘導抗力と非誘導抗力が等しくなることが確認できる。前節に述べたLRCの定義から、次のように表すことができ、

$$\begin{cases} D_{LRC} = D_{MRC}/\alpha \quad (\alpha = 0.99) \\ V_{LRC} = x V_{MRC} \quad (x > 1.0) \end{cases}$$

これにより、LRCでの抗力 D_{LRC} は次となる。

$$\begin{aligned}
D_{LRC} &= \left[\frac{W^2}{2\rho e S_{af}} \right] \frac{1}{V_{LRC}^2} + \left[\frac{1}{2} \rho c_f S_{wet} \right] V_{LRC}^2 \\
&= \left[\frac{W^2}{2\rho e S_{af}} \right] \frac{1}{x^2 V_{MRC}^2} + \left[\frac{1}{2} \rho c_f S_{wet} \right] x^2 V_{MRC}^2 \\
&= \left[\frac{D_{MRC}}{2} \right] \frac{1}{x^2} + \left[\frac{D_{MRC}}{2} \right] x^2 = \frac{D_{MRC}}{\alpha}
\end{aligned}$$

本式から x^2 についての2次方程式を導出すると、

$$\frac{D_{MRC}}{2} x^4 - \frac{D_{MRC}}{\alpha} x^2 + \frac{D_{MRC}}{2} = 0$$

となり、その解は $x > 1.0$ から次となる。

$$\begin{aligned}
x^2 &= \frac{1}{D_{MRC}} \left[\frac{D_{MRC}}{\alpha} + \sqrt{\frac{D_{MRC}^2}{\alpha^2} - 4 \left(\frac{D_{MRC}}{2} \right)^2} \right] \\
&= \frac{1}{\alpha} + \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} - 1} = \frac{(1 + \sqrt{1 - \alpha^2})}{\alpha}
\end{aligned}$$

よって、LRCの抗力は、

$$D_{LRC} = \left[\frac{D_{MRC}}{2} \right] \frac{\alpha}{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}} + \left[\frac{D_{MRC}}{2} \right] \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha}$$

となり、その内訳割合は次のようになる。

$$\begin{cases} \frac{\frac{\alpha}{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}}{\left[\frac{\alpha}{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}} + \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} \right]} = \frac{\alpha^2}{2(1 + \sqrt{1 - \alpha^2})} \\ \frac{\frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha}}{\left[\frac{\alpha}{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}} + \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} \right]} = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{2} \end{cases}$$

これに $\alpha = 0.99$ を代入すると以下となる。

$$\begin{cases} \frac{\alpha^2}{2(1 + \sqrt{1 - \alpha^2})} = 0.429 \\ \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}}{2} = 0.571 \end{cases}$$

以上のように、LRCでの誘導抗力と非誘導抗力の内訳は43:57となる。

参考文献

- (1) John Anderson, Introduction to Flight 4th edition, McGraw-Hill, 1999, pp. 400-413等
- (2) Mark Goldhammer, The Next Decade in Commercial Aircraft Aerodynamics – A Boeing Perspective, Proc. Aerodays 2011
- (3) David Hill: The Airbus Challenge: EADS Engineering Europe, Budapest 9-10th May 2008
- (4) 中山周一, 小糸裕大, 中野慎介, ジェット旅客機基本空力設計の要諦, 日本航空宇宙学会論文集, 71巻6号 (2023), pp. 241-248
- (5) William Roberson, Robert Root, Dell Adams: Fuel Conservation Strategies: Cruise Flight, Boeing AERO, QTR_042007

(2023年11月6日受理)