

自動車・鉄道の分担を考慮したフレックスタイム制度下の最適通勤・始業時刻分布の分析*

Optimal Commuting and Work Start Time Distributions under Flexible Work Hours System considering Modal Split between Automobile and Railroad†

吉村 充功**・奥村 誠***

By Mitsumori YOSHIMURA**・Makoto OKUMURA***

1. はじめに

近年、通勤混雑の緩和策として、交通需要管理 (TDM) 施策が着目されている。中でも通勤需要を時間的に分散させる施策の有効性が確かめられ、フレックスタイム制度は徐々に浸透しつつある¹⁾。フレックスタイム制度の評価をする際には、混雑の外部不経済性の緩和効果だけに着目するのではなく、労働時間帯のずれによる業務活動の効率低下、すなわち時間的集積の経済性への悪影響を考慮する必要がある。筆者らはこれまで、始業時刻変更による業務活動の効率低下の影響を考慮した通勤・始業時刻分布を分析できる理論モデルを構築し、フレックスタイム制度の経済評価を行った^{2),3)}。しかしながら、これらの分析では大都市圏中心部の通勤鉄道や地方都市の自動車通勤を念頭に置いた単一モードの下での分析にとどまっており、自動車と鉄道の機関分担が存在する場合への直接的な適用ができない。

さらに、最近では渋滞による環境問題、経済損失の影響がより深刻化しており、交通需要を直接的に制御でき、即効性が期待できるロードプライシング施策の導入が日本でも検討されている。ロードプライシング施策の有効性は高く、今後、重要性はさらに高まると考えられるが、より効果を発揮するためには時間毎に異なる混雑料金を設定し、時間的に集中する交通需要を適切に誘導するピークロードプライシングの実施が望まれる⁴⁾。また、他のTDM施策と異なり、ロードプライシング、ピークロードプライシング施策を導入した場合には料金収入が発生する。機関分担が存在する下では、これらの施策は自モードの交通需要を時間的に分散させるだけでなく、他モードへの転換も促すことが予想されるため、料金収入を他モードの交通サービス向上のために利用することも考えられている⁵⁾。言い換えれば、料金収入を適切に配分し、機関分担を適切に制御できれば、より最適な状況が達成

できると考えられる。

本研究では、以上の視点に立ち、より効果が発揮できると考えられるフレックスタイム制度とピークロードプライシング施策を組み合わせた施策を考え、自動車と鉄道の機関分担が存在する下での最適な通勤・始業時刻分布を分析できる理論モデルを構築する。さらに、各種の施策がなく一斉始業の基本ケースと比較することにより機関分担、効用がどのように変化するかを分析し、フレックスタイム制度とピークロードプライシング施策を組み合わせた施策の効果を明らかにする。

2. 自動車・鉄道通勤の問題と理論研究の概要

(1) 既往の理論研究の概要

自動車通勤の出発時刻分布に関する先駆的な研究は Vickrey によってなされた⁶⁾。Vickrey は旅行費用として、混雑による不効用と、通勤開始時刻と実際の到着時刻のズレによる不効用を考慮しながら、通勤者の出発時刻を決定するという分析を行い、この出発時刻選択問題を通して時間的に変動する混雑料金について分析を行った。Arnott らはこの考えを発展させ、特定の時間帯に混雑料金を課した場合の効果について分析している⁷⁾。越は時差始業や混雑料金による混雑緩和効果について帰宅時を含めた研究を行い、ボトルネック (以下、BN と略す) の容量制約による混雑の発生と混雑軽減のための方策を明らかにしている⁸⁾。以上の研究は、ボトルネック混雑問題を扱う理論的な方法を提供しており、本研究も大いに参考になっているが、いずれも始業時刻分布を与件として扱っているため、始業時刻選択による混雑への影響を考慮できない。赤松らは、この点を改良し、始業時刻選択に関する動的な均衡条件を基に通勤不効用を最小にする始業時刻分布を導出している⁹⁾。しかし、始業時刻の変更による業務効率の影響については考慮できていない。

フレックスタイム制度に関連して、労働時間帯の重なり的重要性を表す「時間的集積の経済性」の効果を初めて言及したのは Henderson である。Henderson は、都市において1つの企業のみが存在すると仮定し、フレックスタイム制下での通勤者の通勤時刻選択行動を分析し、時

* キーワーズ: TDM, 交通管理, 交通手段選択, 公共交通運用

** 正会員, 博 (工), 日本文理大学 工学部 建設都市工学科
(〒870-0397 大分市一木 1727, TEL: 097-524-2611,
E-mail: yoshimura@obu.ac.jp)

*** 正会員, 博 (工), 広島大学大学院 工学研究科
(〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX: 0824-24-7827,
E-mail: okumura@hiroshima-u.ac.jp)

間的集積の経済性の高い職種の通勤者はピーク時に通勤し、そうでない通勤者はその前後に分散するという興味深い結果を示している¹⁰⁾。しかしながら、交通混雑関数に工学的な基礎が乏しく、実証性に問題があった。文・米川は、この点を改良し、フレックスタイムを行う従業員の通勤時刻選択行動を分析し、一斉始業制をとる企業とフレックスタイム制をとる企業の利潤を比較した¹¹⁾。しかしながら、労働時間帯の変更による帰宅時の影響までは考慮されていない。

一方、鉄道通勤における出発時刻分布に関連する研究として、小林らは鉄道通勤市場が時刻別に差別化されていることに着目し、通勤者の時刻選択行動と鉄道事業者の輸送力供給行動を内生化した部分均衡論的モデルの構築を行っている¹²⁾。その結果、通勤者の出発時刻の選択行動と鉄道企業の時刻別輸送サービスの供給行動が自由に行われる状況下の市場均衡は社会的に最適ではないことを示し、列車の時間帯ごとの運行頻度などをコントロールする施策、ピークロードプライシング施策により時間帯別運賃を課すことによって通勤者をコントロールする施策の導入により、社会的に望ましい状態が作り出せることを明らかにした。吉村・奥村は、以上の均衡論的な考え方を援用し、労働時間の長さが可変で始業時刻が自由に選択できる「スーパーフレックス」制度下における問題に拡張した¹³⁾。これより、社会的に最適な始業時刻分布パターンは有限個であることを示し、その経済評価を行いスーパーフレックス制度の効果を明らかにしている。さらに、労働時間の長さが一定である「フレックスタイム」制度の場合の理論的な分析を行い、フレックスタイムのみで実現する通勤・始業時刻分布¹⁴⁾、フレックスタイムにピークロードプライシングを組み合わせると社会的に最適な状況にした場合に実現する通勤・始業時刻分布²⁾をそれぞれ分析できる理論モデルを構築し、施策の経済評価を行っている。

以上の研究は、単一交通機関に対する出発時刻選択を分析する理論モデルを供給しており、複数交通機関に対しては直接扱えないが、本研究でもこれらの考え方を援用する。

複数交通機関を扱ったピークロードプライシングの研究として、Tabuchi は自動車通勤の代替手段としての鉄道を考え、鉄道の限界費用を一定とした場合の機関分担率を理論的に求めている。さらに、社会的通勤費用を最小化する自動車混雑料金の設定額について明らかにしている¹⁵⁾。Danielis and Maruccci は、この考えを拡張し、鉄道運賃に限界費用価格、平均費用価格を設定した分析を行っている¹⁶⁾。Arnott らは、古典的な都市交通経済学の枠組みを応用し、道路に混雑料金を課金した際に、最適となる道路と鉄道の施設容量、鉄道の運賃を求めるという次善最適問題を扱うことを試みた¹⁷⁾。

いずれの研究も、鉄道通勤の出発時刻分布を扱えないため、鉄道に対して混雑料金を課すといったケースの分析ができず、鉄道通勤者の出発時刻分布がどのような影響を受けるかといった分析ができない。

(2) 本研究の考え方

本研究では、自動車・鉄道通勤の通勤・始業時刻分布を分析するために、既往の理論研究を参考に通勤者の通勤にかかる不効用に着目する。自動車・鉄道通勤に関する動的な問題を扱う際の注意点としては、自動車通勤ではBNでの混雑の影響が後から流入する通勤者に波及する。そのため、通勤不効用は通勤順序ごとに差別化する必要がある。一方、鉄道通勤では列車内での混雑が問題となり、混雑は後から通勤する通勤者へ影響を及ぼさない。そのため、同じ列車に乗っている通勤者の不効用は等しくなるが、時刻ごとには差別化される。このように、自動車通勤と鉄道通勤では効用の考え方が異なるため、本質的に異なる問題となる。

また、自動車と鉄道で通勤不効用は相互に影響を及ぼさないため、通勤時刻選択は、機関毎に独立と考えることができる。しかしながら、業務効率は全通勤者の労働時間分布に影響を及ぼされるため、始業時刻選択においては、両交通機関の利用者を同時に考える必要がある。

本研究では、これらの点を明示的に取り込み、効用の定式化を行う。

3. 効用の定式化

(1) モデル化の仮定

図-1のように1つのベッドタウンとCBDが平行する通勤道路と通勤鉄道で結ばれている都市を考える。通勤道路のCBDの直前にはBNが存在し、交通容量 K (台/分)を超える流入があれば、そこにpoint queueが発生する。また、追い越しは認められていないとする(First-In-First-Out原則)。

均質な N 人の通勤者が自動車が鉄道をを用いて通勤を行う。なお、アクセス、イグレスは考えない。ピークロードプライシングを実施する際は、BNの出口、もしくはCBD中心駅で時刻ごとに異なる所定の混雑料金を賦課する。

(2) 自動車通勤による不効用

自動車通勤者で q 番目に自宅を出発する通勤者の出勤時不効用 $U_a(q)$ は式(1)で表され、BNでの混雑待ち不効用(右辺1項)、自宅を早く出発することに関するスケジュールコスト(右辺2項)、ガソリン代(右辺3項)および混雑料金 $P_a^c(q)$ (円)からなるとする。

$$U_a(q) = c_m \{m_a(q) - (\alpha(q) + w)\} + c_m \{T_m - \alpha(q)\} + w \{m_a(q) - \alpha(q)\} + P_a^c(q) \quad (1)$$

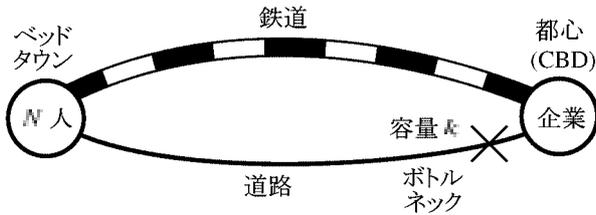


図-1 想定する都市

ただし、 $a(q)$ は自宅出発時刻、 $m_a(q)$ は出社 (BN 流出) 時刻、 w は自由走行区間の所要時間 (分)(一定) である。 $c_m, c_{m'}, T_m$ はそれぞれ出勤時の混雑不効用の時間価値 (円/分)、スケジュールコストの時間価値 (円/分)、スケジュールコストの基準時刻を表す。ガソリン代は通勤所要時間に比例するとし、単位時間あたりのガソリン代 u (円/分) はガソリン単価 (円/ℓ) / 燃費 (km/ℓ) × 法定分速 (km/分) で与えられるとする。

帰宅時も同様に考え、自動車通勤者 q の帰宅時不効用 $V_d(q)$ は次式で表されるとする。

$$V_d(q) = c_r \{b(q) - w\} - I_d(q) + c_r \{b(q) - T_d\} + v \{b(q) - I_d(q)\} + \rho_d^r(q) \quad (2)$$

ただし、 $b(q)$ は帰宅時刻、 $I_d(q)$ は退社 (BN 流入) 時刻である。 $c_r, c_r', T_r, \rho_d^r(q)$ はそれぞれ帰宅時の混雑不効用の時間価値 (円/分)、スケジュールコストの時間価値 (円/分)、スケジュールコストの基準時刻、混雑料金 (円) を表す。

(3) 鉄道通勤による不効用

時刻 t_m に CBD に到着する鉄道通勤者の出勤時不効用 $U_r(t_m)$ は式 (3) で表され、列車内混雑による不効用 (右辺 1 項)、自宅を早く出発することに関するスケジュールコスト (右辺 2 項) および混雑料金 $\rho_r^m(t_m)$ (円) からなるとする。

$$U_r(t_m) = \kappa \{s(t_m)\}^\eta + c_m \{T_m - (t_m - \kappa)\} + \rho_r^m(t_m) \quad (3)$$

ただし、 $s(t_m) (\geq 0)$ は時刻 t_m に CBD に到着列車の混雑度を表し、(乗車人数)/(列車定員) で定義する。つまり、 $s(t_m) = 1$ のとき定員輸送を意味する。 η は混雑度の弾力値、 κ は通勤時間 (分)(一定) である。

鉄道の出勤時の時刻別輸送力を $n(t_m)$ 、時刻 t_m までに CBD に到着する累積鉄道通勤者数を $m_r(t_m)$ とすれば、時刻別鉄道通勤者数 $\dot{m}_r(t_m)$ は混雑度と輸送力の積として表される。

$$\dot{m}_r(t_m) = s(t_m)n(t_m) \quad (4)$$

ただし、 $\dot{m}_r(t_m) = dm_r(t)/dt_m$ である。

総輸送費用 TRC^m は鉄道通勤時間帯 $[T_r^m, T_r^m]$ について、時刻別輸送力 $n(t_m)$ の関数を積み上げたものとして表されると仮定する。

$$TRC^m = \int_{T_r^m}^{T_r^m} \zeta n(t_m) Y dt_m \quad (5)$$

ただし、 ζ_n はそれぞれ輸送費用の比例係数、弾力値を表す。

なお、鉄道輸送においては固定費用の占める割合が大きいと考えられるが、固定費用は鉄道通勤者数によらず一定と考えられること、また、本研究の対象が即効性を期待する TDM 施策であることより、本研究では施設量は一定と考え、ここでは固定費用を無視する。

帰宅時も同様に考え、時刻 t_r に CBD を出発する鉄道通勤者の帰宅時不効用 $V_r(t_r)$ を次式で表す。

$$V_r(t_r) = \kappa \{r(t_r)\}^\eta + c_r \{t_r + \kappa - T_r\} + \rho_r^r(t_r) \quad (6)$$

ただし、 $r(t_r)$ は時刻 t_r に CBD を出発する列車の混雑度である。

鉄道の帰宅時の時刻別輸送力を $v(t_r)$ 、時刻 t_r までに CBD を出発する累積鉄道通勤者数を $I_r(t_r)$ とすれば、次式が成立する。

$$\dot{I}_r(t_r) = r(t_r)v(t_r) \quad (7)$$

帰宅総輸送費用 TRC^r は鉄道帰宅時間帯 $[T_r^r, T_r^r]$ について、時刻別輸送力 $v(t_r)$ の関数を積み上げたものとして表されると仮定する。

$$TRC^r = \int_{T_r^r}^{T_r^r} \zeta v(t_r) Y dt_r \quad (8)$$

出勤時基本運賃 BC^m 、帰宅時基本運賃 BC^r は混雑料金とは区別し、それぞれ総輸送費用 TRC^m, TRC^r を総括原価方式に従い、鉄道通勤者数 N_r で除した金額を転嫁すると仮定する。また、ピークロードプライシング実施時には、基本運賃と混雑料金を足したものを運賃として、各通勤者から徴収する。出勤時運賃 $RC^m(t_m)$ 、帰宅時運賃 $RC^r(t_r)$ は次式で表される。

$$RC^m(t_m) = BC^m + \rho_r^m(t_m) \quad (9a)$$

$$RC^r(t_r) = BC^r + \rho_r^r(t_r) \quad (9b)$$

(4) 一般企業の生産活動の定式化

本研究では、Henderson¹⁰⁾ に倣い、各時点における都市内で労働している従業者数を取り入れた瞬間的な生産関数を定義し、時間的に変動する集積の効果を考慮する。1 従業者あたりの 1 日の生産額が、この従業者の 1 日の賃金に等しいとすると、時刻 t_w に始業する従業者の 1 日の賃金 $Y(t_w)$ は、1 従業者あたりの瞬間的な生産関数 $AE(\tau)^H$ を用いて次式のように定義できる。

$$Y(t_w) = \int_{t_w}^{t_w+H} AE(\tau)^H d\tau \quad (10)$$

ここで、 H (分) は労働時間の長さで始業時刻に関係なく一定とする。 A は各一般企業の技術水準を表すパラメータ、 α は時間的集積の経済性の大きさを表すパラメータ

であり、1つの都市内では一定値をとるとする。 $\Xi(\tau)$ は時点 τ に都心全体で業務を行っている従業者数を表す。

ここで、時刻 t_{ba} における自動車通勤者の累積始業者数を $n_a(t_{ba})$ 、鉄道通勤者の累積始業者数を $n_r(t_{ba})$ とする。このとき、労働時間 H が十分に長く全員が労働する時間が存在すると、式(10)は次式で書き換えられる。

$$Y(t_{ba}) = \int_{T_r}^{T_f} A(n_a(\tau) + n_r(\tau))^{\mu} d\tau + A(T_r + H - T_f) N^{\mu} + \int_{T_f}^{T_r} A(N - n_a(\tau) - n_r(\tau))^{\mu} d\tau \quad (11)$$

ただし、 T_r, T_f は最も早く(遅く)始業する通勤者の始業時刻を表す。

(5) 通勤者の効用

自動車通勤者 q が最終的に獲得する1日の効用 $W_a(q)$ は、以下のように表すことができる。

$$W_a(q) = Y(t_a^{-1}(q)) - U_a(q) - V_a(q) \quad (12)$$

ここで、 $t_a^{-1}(q)$ は $t_{ba} = t_a^{-1}(q)$ であり、 $n_a(t_{ba})$ の逆関数である。

一方、鉄道通勤者 i が最終的に獲得する1日の効用 $W_r(i)$ は、以下のように表すことができる。

$$W_r(i) = Y(t_r^{-1}(i)) - U_r(t_r^{-1}(i)) - V_r(t_r^{-1}(i)) - BC^u - BC^c \quad (13)$$

ここで、 $t_r^{-1}(i), m_r^{-1}(i), t_r^{-1}(i)$ はそれぞれ、 $t_{ba} = m_r^{-1}(i), t_{ba} = m_r^{-1}(i), t_{ba} = t_r^{-1}(i)$ であり、 $n_r(t_{ba}), m_r(t_{ba}), t_r(t_{ba})$ の逆関数である。

(6) 社会的厚生水準の定式化

政府の目的はすべての一般企業の総生産額と自動車・鉄道の各通勤者の出勤・帰宅時不効用、鉄道企業の輸送費用、混雑料金収入からなる社会的厚生水準を最大にすることにある。総生産額が賃金に、総輸送費用が基本運賃にそれぞれ転嫁されていることを考慮すれば、社会的厚生水準 SW は次式により定義できる。

$$SW = \int_{T_r}^{T_f} (n_a(t) + n_r(t)) Y(t) dt + \int_{T_r}^{T_f} [n_r(t) (-U_r(t) + \rho_r^u(t)) - \zeta n(t) + \dot{t}(t) (-V_r(t) + \rho_r^c(t)) - \zeta v(t)] dt + \int_0^{N_a} [-U_a(q) + \rho_a^u(q) - V_a(q) + \rho_a^c(q)] dq \quad (14)$$

ただし、 N_a は自動車通勤者数を表し、 $N_a = N - N_r$ である。

4. 最適通勤・始業時刻分布と機関分担保決定問題

フレックスタイム制度とピークロードプライシング施策を同時に実施し、時刻別鉄道輸送力 $m(t), v(t)$ 、および混雑料金 $\rho_a^u(q), \rho_a^c(q), \rho_r^u(t), \rho_r^c(t)$ を制御して、前節で定式化した社会的厚生水準(14)を最大化することを考えよう。なお、労働時間の長さが H (分)で一定であることから、以後、帰宅時の時刻を $-H$ (分)して扱う。また、システム全体の分布に影響を与えないため、通勤所要時間 w, κ を微小時間に、スケジュールコストの基準時刻 T_m, T_c を T に、 c_m と c_c は等しく c に、 e_m と e_c は等しく e として扱う。

(1) 自動車通勤の最適通勤時刻分布

スケジュールコスト、賃金の性質より、通勤者が合理的に行動する限り、自動車通勤者がいる時間帯にはBN流出率は常に k (台/分)となり、流出が連続的になる。自動車通勤者数 N_a が与えられたとき、最適な状況を作り出すにはBN流出率が k で維持され、さらにBNでの混雑が発生しないように混雑料金 $\rho_a^u(q), \rho_a^c(q)$ を設定すればよい(詳細は付録A参照)。このとき、社会的には混雑料金収入分だけの社会的厚生水準の節約、つまり、外部不経済の内部化が可能である。以上をまとめると、自動車通勤者の通勤時刻分布 $\alpha(q), m_a(q), t_a(q), b(q)$ は、始業時刻分布 $n_a(q)$ によらず自動車通勤者数 N_a を用いて次式の一般形で表される。

$$\alpha(q) = m_a(q) = q/k + T_a^c \quad (15)$$

$$t_a(q) = b(q) = q/k + T_a^c \quad (16)$$

ただし、 T_a^c, T_a^u はそれぞれ自動車通勤者の最早出社時刻、退社時刻を表し、次節で求められる始業時刻分布により決定される。

(2) 機関分担保を考慮した最適始業・鉄道通勤時刻分布決定問題

前節の結果を用いると、社会的厚生水準(14)は(17a)で書き換えられる。社会的厚生水準最大化問題は、時刻別出社、始業、退社者数と始業時刻の変化による賃金の増分に関する物理条件を制約条件に持ち、時刻別混雑度 $s(t), v(t)$ 、輸送力 $m(t), v(t)$ 、始業者数 $k_r(t), k_a(t)$ を制御変数とする最適制御問題となる(導出の詳細は付録B参照)。

$$\max_{\substack{\alpha(t), \beta(t), \gamma(t), \\ \rho_a^u(q), \rho_a^c(q), \rho_r^u(t), \rho_r^c(t)}} SW = -c N_a (T_a^c - T_a^u) + \int_{T_r}^{T_f} [(k_a(t) + k_r(t)) Y(t) + s(t) m(t) \{-s(t)^{\eta} - c(T - t)\} - \zeta n(t) + v(t) v(t) \{-v(t)^{\eta} - c(T - t)\} - \zeta v(t)] dt \quad (17a)$$

$$\text{s.t. } \dot{m}_r(t) = s(t) m(t) \quad (17b)$$

$$\dot{t}_r(t) = v(t) v(t) \quad (17c)$$

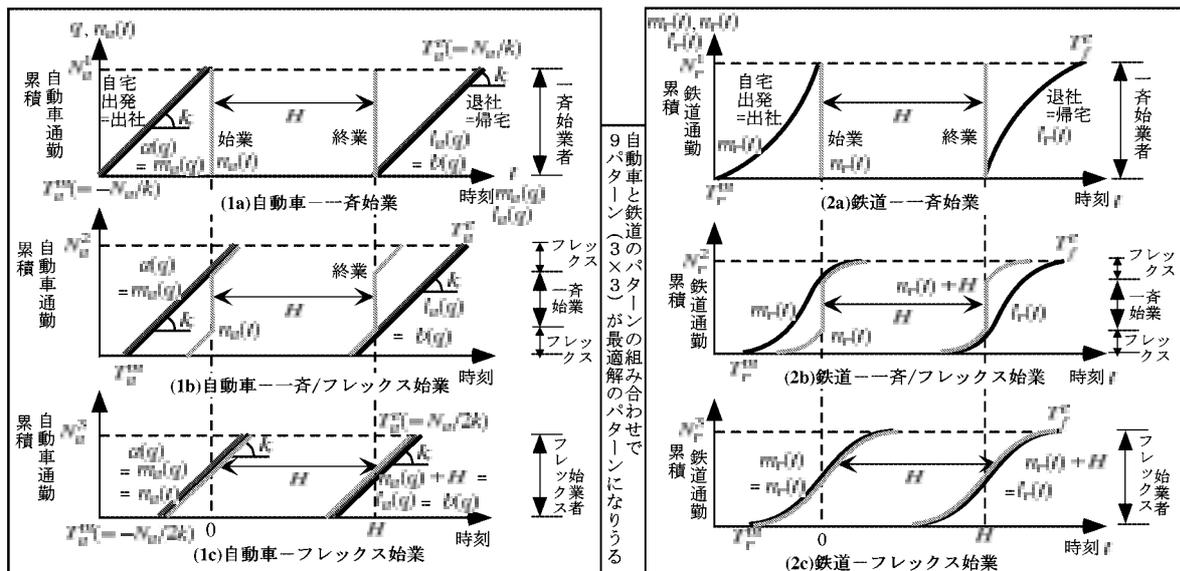


図-2 最適始業時刻分布パターン

$$\dot{n}_r(t) = k_r(t) \quad (17d)$$

$$\dot{n}_a(t) = k_a(t) \quad (17e)$$

$$Y(t) = \begin{cases} A[(N - n_a(t) - n_r(t))^2 - (n_a(t) + n_r(t))^2] & \text{if } \dot{n}_r(t) \neq 0 \cup \dot{n}_a(t) \neq 0 \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (17f)$$

$$N_a + N_r = N \quad (17g)$$

$$-l_r(t) \leq 0 \quad (17h)$$

$$l_r(t) - n_r(t) \leq 0 \quad (17i)$$

$$n_r(t) - m_r(t) \leq 0 \quad (17j)$$

$$m_r(t) - N_r \leq 0 \quad (17k)$$

$$-n_a(t) - n_r(t) \leq 0 \quad (17l)$$

$$n_a(t) + n_r(t) - N \leq 0 \quad (17m)$$

この問題は、出勤時と帰宅時で対称形をなしており、通勤・始業時刻時刻分布は対称形となる。ただし、 $T_r^m = \min(T_r, T_r^m)$, $T_r^s = \max(T_r, T_r^s)$ である。

以上の問題は、フレックスタイム制度により始業時刻の制約を緩和し、ピークロードプライシングにより外部不経済を完全に内部化できる問題であり、求められる社会的厚生水準はシステム全体の上限值を示す。この問題はシステム最適問題となり、最適制御理論を用いることにより求解できる。なお、混雑料金収入を通勤者に全額還元し、システム最適問題より得られた機関分担率を変更しないように自動車と鉄道通勤者への各還元額を決定すれば、各通勤者の最終的に獲得する効用も最大とすることができる。

制御変数 $k_a(t), k_r(t)$ は、目的汎関数(17a)、制約条件式のいずれについても線形である。そのため、この問題は $k_a(t), k_r(t)$ に関して、Bang-Bang 制御問題となっている。

つまり、 $k_a(t), k_r(t)$ は 0 もしくは、 $n_a(t), n_r(t)$ に関する状態制約条件を等号で満足するかのいずれかを取る。このとき、スケジュールコスト、賃金の式形を考慮すると、 $0 < (n_a(t) \text{ or } n_r(t)) < N$ のとき、 $k_a(t) = 0$ もしくは $k_r(t) = 0$ の区間が存在すれば、必ず社会的厚生水準を悪化させるため、 $k_a(t), k_r(t)$ は 0 とはなり得ない。このとき、自動車通勤者の累積始業時刻者数 $n_a(t)$ は、次式のいずれかで表される。

$$n_a(t) = \begin{cases} 0 \\ l_a^{-1}(t) \\ m_a^{-1}(t) \end{cases} \quad (18)$$

以上から、社会的厚生水準を最大化するような始業時刻分布パターンで、最適制御問題における最適性条件(必要条件)を満たすパターンは、自動車通勤、鉄道通勤それぞれについて以下の 3 つのパターンに限定される(図-2)。そのため、社会的厚生水準を最大化する全通勤者の始業時刻分布パターンは、これら 3 パターンずつの組み合わせである 9 パターンに限定される(鉄道通勤の通勤・始業時刻分布の解は付録 9 参照)。ただし、一斉始業の時刻は、自動車通勤者と鉄道通勤者で等しくなる。

- a) 全員が一斉始業
- b) 一斉始業者の前後にフレックス始業者が存在
- c) 全員がフレックス始業

5. フレックスタイム・ピークロードプライシングの経済評価

前節までのモデルを用いて、フレックスタイム制度およびピークロードプライシング施策を同時に実施した際

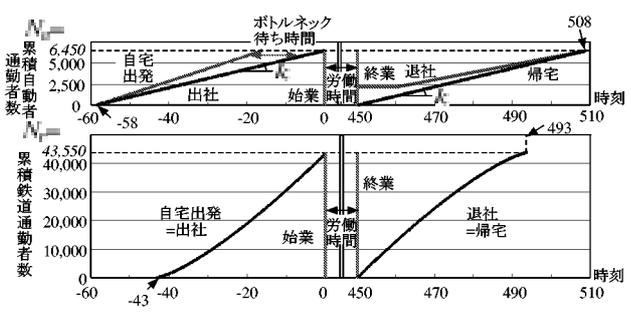


図-3 一斉始業下の通勤時刻分布と機関分担

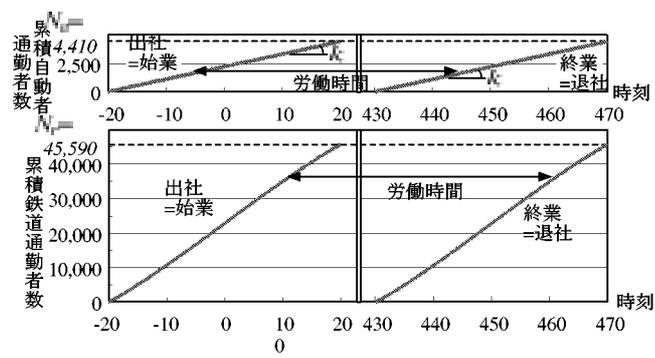


図-4 フレックス制度下の最適通勤・始業時刻分布 ($\alpha = 0.2$)

の経済評価と機関分担に与える影響を、無政策下である一斉始業のケースと比較し考察する。

経済評価の数値計算に用いる各係数の値は、通勤鉄道を対象とする過去の実証研究¹⁸⁾における混雑不効用関数の南海本線の推定値を用い $\eta = 4.5$ 、大阪市の地下鉄四つ橋線を対象とする費用構造分析¹⁹⁾を参考に $\lambda = 3.1$ 、 $\zeta = 0.0008$ (円/分)と設定する。また、 $c = 10$ (円/分)、 $e = 20$ (円/分)、 $v = 6.67$ (円/分)、 $k = 110$ (台/分)、 $N = 50,000$ (人)、 $H = 450$ (分)、 $\alpha = 0.2$ 、 A : 全通勤者が一斉始業・終業のときの1通勤者あたりの1日の賃金が20,000(円)になるように設定する。

一斉始業下における通勤時刻分布を図-3に示す。この数値例では、 $N_c^0 = 6,450$ 、 $N_r^0 = 43,550$ である。出勤時、帰宅時の自動車通勤時間帯は58(分)、鉄道通勤時間帯は43(分)となった。

フレックスタイム制度とピークロードプライシング施策を同時に実施した下での最適通勤・始業時刻分布を求めると、図-4に示す結果となった。 $N_c^0 = 4,410$ 、 $N_r^0 = 45,590$ である。出勤時、帰宅時の自動車通勤時間帯は40(分)、鉄道通勤時間帯は40(分)となった。

この数値例では、フレックスタイム制度とピークロードプライシング施策を同時に実施する(システム最適下)と、基本ケースと比べ、自動車通勤者数が2,440人減少した。一方、鉄道通勤者数が増加するが、鉄道通勤時間帯の長さは短縮されるため、鉄道混雑が平均的には悪化する。

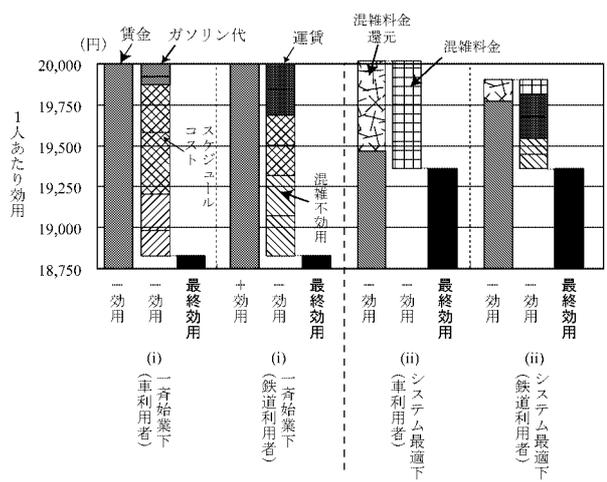


図-5 効用の構成成分別の比較

このとき、各施策下での1人あたり効用を比較すると、一斉始業である基本ケースが18,826(円)であるのに対し、システム最適下では1人あたり効用19,358(円)となり、532(円)の効用の上昇が見られた(図-5)。各施策下における各機関の効用の構成成分別の比較を行うと図-5のように表される。システム最適下では、一斉始業下と比べ、賃金が自動車利用者で534(円)、鉄道利用者で229(円)低下する。しかし、自動車利用では混雑とスケジュールコストが0となるため、鉄道利用ではスケジュールコストが0となり、混雑不効用、基本運賃の減少がもたらされるため、最終的な効用は大幅に増加する。なお、システム最適下では、混雑料金収入を通勤者に還元し、各通勤者の最終的に獲得する効用が最大となるようにしている。この数値例では、自動車利用者の混雑料金支出は657(円)と大きく、また混雑料金の還元額は、鉄道利用者との調整から平均的には支出額に対して小さくなっている。このように、機関分担が存在する場合には、混雑料金を還元する場合、最適解の機関分担率を変更しないように混雑料金収入の一部を他機関へ還元する必要がある。

6. おわりに

本研究では、自動車・鉄道の機関分担が存在する状況において、システム最適政策であるフレックスタイム制度とピークロードプライシングを同時に実施した下での、通勤・始業時刻分布を分析できる理論モデルを構築、求解した。結果より、必要条件を満たす始業時刻分布パターンは、自動車、鉄道とも3パターンであり、その組み合わせ数である9パターンが、最適パターンとなりうることを明らかにした。また、数値計算を通して、施策の導入により機関分担率が変化することを確認するとともに、経済評価を行い各項目への正負の影響を明らかにした。

なお本分析では、鉄道輸送力を連続時間上の関数で表

現しており、またアクセス、イグレス時間を考慮していない。そのため、本モデルの適用範囲は、鉄道輸送密度が高く、混雑問題が深刻な三大都市圏内の都市などに限定される。鉄道が高密度で運行されていない地方中枢都市圏などへの適用は難しく、このような都市圏への適用は、輸送力を分散化して扱うなどの工夫が必要であろう。また、全通勤者が自動車、鉄道のいずれも利用でき、容易に交通機関を変更できることを仮定している。業務の必要性から自動車通勤しかできない場合や、そもそも他機関を利用する意志がない通勤者などが多いケースでは、本モデルを直接適用できない。しかしながら、本枠組みでは、どの程度の通勤者が機関変更することが望ましいのかといったことを明らかにできるため、実際に利用変更意志のある通勤者数が、最適値を越えるようなケースでは、適用可能であろう。

参考文献

- 1) 厚生労働省統計情報部：平成13年就労条件総合調査, 2001.
- 2) 吉村 充功・奥村 誠：鉄道通勤における最適フレックスタイムパターンの研究, 土木計画学研究・論文集, Vol.18, No.5, pp.779-786, 2001.
- 3) Yoshimura, M. and Okumura, M.: Optimal commuting and work start time distribution under flexible work hours system on motor commuting, Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, Vol.3, No.2, pp.455-469, 2001.
- 4) 八田 達夫：東京の過密通勤対策, 八田 達夫・八代 尚宏(編), 東京問題の経済学, 第2章, 東京大学出版会, 1995.
- 5) 東京 TDM 研究会編：日本初のロードプライシング, pp.122-123, 都政新報社, 2000.
- 6) Vickrey, W.S.: Congestion theory and transport investment, American Economic Review, Vol.59, pp.251-269, 1969.
- 7) Annot, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Economics of a bottleneck, Journal of Urban Economics, Vol.27, pp.111-130, Academic Press, 1990.
- 8) 越 正毅：道路混雑対策としての時差出勤と混雑課金の効果についての一考察, 交通工学, Vol.33, No.3, pp.65-74, 1998.
- 9) 赤松 隆・早崎 俊和・前田 祐希：道路交通における通勤混雑緩和のための最適勤務開始時刻分布, 土木計画学研究・論文集, Vol.16, pp.979-989, 1999.
- 10) Henderson, J. V.: The Economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.19, pp.349-364, 1981.
- 11) 文 世一・米川 誠：フレックスタイムが交通混雑に及ぼす影響, 日交研シリーズ A-260, 日本交通政策研究会, 1998.
- 12) 小林 潔司・奥村 誠・永野 光三：鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究, 土木計画学研究・論文集, Vol.14, pp.895-906, 1997.
- 13) 吉村 充功・奥村 誠：鉄道通勤における「スーパーフレックス」制度の経済評価, 都市計画論文集, Vol.35, pp. 1075-1080, 2000.
- 14) 吉村 充功・奥村 誠：鉄道通勤におけるフレックスタイム制度下の通勤・始業時刻分布, MPEC 研究会(編), MPEC にもとづく交通・地域政策分析, 第4章, 勁草書房, 2003.

- 15) Tabuchi, T.: Bottleneck congestion and modal split, Journal of Urban Economics, Vol.34, pp.414-431, 1993.
- 16) Danielis, R. and Marcucci, E.: Bottleneck road congestion pricing with a competing railroad service, Transportation Research Part E, Vol.38, pp.379-388, 2002.
- 17) Acemott, R. and Yan, A.: The two-mode problem: Second-best pricing and capacity, Review of Urban and Regional Development Studies, Vol.12, No.3, pp.170-199, 2000.
- 18) 志田 州弘・古川 敦・赤松 隆・家田 仁：通勤鉄道利用者の不効用関数パラメータの移転性に関する研究, 土木計画学研究・講演集, Vol.12, pp.519-525, 1989.
- 19) 永野 光三：大都市圏における鉄道通勤交通のマネジメント施策に関する研究, pp.173-176, 博士論文, 京都大学, 1998.

付録 A 自動車通勤の最適通勤時刻分布の導出

実現する通勤時刻分布においては、自動車通勤者に関して等効用条件が成立する必要がある。

$$dW_a(q) = Y(q)dm_a^{-1}(q) - U'_a(q)dq - V'_a(q)dq = 0 \quad (19)$$

ただし、 $Y(q) = dY(q)/dq$, $U'_a(q) = dU_a(q)/dq$, $V'_a(q) = dV_a(q)/dq$ である。このとき、 $m_a^{-1}(q) \neq m_a(q) \neq l_a(q)$ が成立していると仮定すると、式(19)の各項はそれぞれ独立に成立する必要がある、次式を満足する。

$$Y(q) = 0 \quad (20a)$$

$$d'(q) = \frac{e+v}{e+c+v} \frac{1}{k} + \frac{1}{e+c+v} \rho_a^{iv}(q) \quad (20b)$$

$$l'_a(q) = \frac{e+c+v}{e+v} \frac{1}{k} + \frac{1}{e+v} \rho_a^{iv}(q) \quad (20c)$$

式(20b)に着目し、最早自動車通勤者0の混雑料金、ボトルネックでの待ち時間が0になることに注意すると、次式が導かれる。

$$a(q) = \frac{e+v}{e+c+v} \frac{q}{k} + \frac{1}{e+c+v} \rho_a^{iv}(q) + T_a^c \quad (21)$$

なお、スケジュールコスト、賃金の式形より、入社時刻分布 $m_a(q)$ は次式を満足する。

$$m_a(q) = \frac{q}{k} + T_a^c \quad (22)$$

このとき、出勤時不効用(1)は次式となる。

$$U_a(q) = c(T - T_a^c) \quad (23)$$

また、式(21)、(23)を用いると、社会的厚生水準(14)の自動車通勤に関する項は、

$$\begin{aligned} & \int_0^{N_a} (-U_a(q) + \rho_a^{iv}(q)) dq \\ & = -cN_a(T - T_a^c) + \int_0^{N_a} \rho_a^{iv}(q) dq \end{aligned} \quad (24)$$

となる。式 (24) の積分項 (混雑料金収入) を最大にするには、式 (21) および $\alpha(q)$ と $m_a(q)$ の物理的な関係より、 $\alpha(q) = m_a(q)$ のとき達成できる。

同様の議論により、 $n_c^{-1}(q)$ 、 $m_a(q)$ 、 $l_c(q)$ の関係に依らず、常に $\alpha(q) = m_a(q)$ 、 $l_c(q) = b(q)$ が保証され、式 (15)、(16) が導かれる。

付録 B 鉄道通勤の等効用条件と最適始業・鉄道通勤時刻分布問題の導出

実現する通勤時刻分布においては、鉄道通勤者に関して等効用条件が成立する必要がある。

$$\begin{aligned} dW_r(t) &= \dot{Y}(t)dn_r^{-1}(t) - \dot{U}_r(t)dm_r^{-1}(t) - \dot{V}_r(t)dl_r^{-1}(t) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

このとき、 $n_r(t) \neq m_r(t) \neq l_r(t)$ が成立していると仮定すると、式 (25) の右辺の各項はそれぞれ独立に成立する必要がある、次式を満足する。

$$\dot{Y}(t) = 0 \quad (26a)$$

$$\eta s(t)^{\eta-1} \dot{s}(t) - c + \dot{\beta}_r^m(t) = 0 \quad (26b)$$

$$\eta r(t)^{\eta-1} \dot{r}(t) + c + \dot{\beta}_r^l(t) = 0 \quad (26c)$$

式 (26b) に着目し、最早鉄道通勤者の出社時刻 T_r^m で混雑料金、混雑度が 0 になることに注意すると、次式が導かれる。

$$\beta_r^m(t) = c(t - T_r^m) - s(t)^\eta \quad (27)$$

このことより、社会的厚生水準最大化問題においては、制御変数 (混雑料金) $\beta_r^m(t)$ の代わりに混雑度 $s(t)$ を用いることができる。また、社会的厚生水準を最大にする $s(t)$ より、上式を用いて、混雑料金を決定すれば、鉄道通勤に関する等効用条件を満足することができる。このとき、出勤時不効用 (3) は次式となる。

$$U_r(t) = c(T - T_r^m) \quad (28)$$

また、社会的厚生水準 (14) の鉄道出勤に関する項を書き換えると、次式が成立する。

$$\begin{aligned} &\int_{T_r^m}^{T_r^l} [\eta n_r(t) (-U_r(t) + \beta_r^m(t))] dt \\ &= \int_{T_r^m}^{T_r^l} [\eta n_r(t) \{-s(t)^\eta - c(T - t)\}] dt \end{aligned} \quad (29)$$

社会的厚生水準最大化問題においては、上式を目的関数として用いればよい。

以上の関係は、同様の議論により、 $n_r(t)$ 、 $m_r(t)$ 、 $l_r(t)$ の関係に依らず常に成立する。

付録 C 鉄道通勤の通勤・始業時刻分布の理論解

4.(2)節で求められた各始業時刻分布パターンにおける鉄道通勤・始業時刻分布の解は以下の通りである (図-2)。

(a) 完全一斉始業パターン

鉄道通勤者が T_r^m に一斉始業するとき、鉄道通勤者の通勤・始業時刻分布は、自動車通勤者の影響を受けないため、鉄道通勤者数 N_r を与件として、出勤時間帯の時刻別混雑度 $s(t)$ 、時刻別輸送力 $n(t)$ 、累積出社率 $m(t)$ は次式で表される。

$$s(t; N_r) = \left(\frac{c(t - T_r^m(N_r))}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (30a)$$

$$n(t; N_r) = \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{c(t - T_r^m(N_r))}{1 + \eta} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} \quad (30b)$$

$$m(t; N_r) = \frac{\zeta \theta}{c} \left(\frac{\eta}{\zeta t} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} \left(\frac{c(t - T_r^m(N_r))}{1 + \eta} \right)^\theta \quad (30c)$$

ここで、 $\theta = \zeta - 1$ 、 $\phi = (1 + \eta)(1 + \zeta)/(\zeta \theta)$ である。

出社する通勤者が存在する時間帯 ($T_r^m - T_r^l$) は次式で表される。

$$T_r^m - T_r^l(N_r) = (\phi N_r)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\zeta t}{\eta} \right)^{\frac{1}{\phi}} \left(\frac{1 + \eta}{c} \right)^{1 - \frac{1}{\theta}} \quad (31)$$

混雑料金 $\beta_{rw}(t)$ は以下のように制御する必要がある。

$$\beta_{rw}(t; N_r) = \frac{c\eta(t - T_r^m(N_r))}{1 + \eta} \quad (32)$$

ただし、混雑料金を除いた効用が最小となる最早通勤者の混雑料金を 0 と仮定した。

なお、この区間では、 $r(t) = v(t) = k(t) = n(t) = 0$ である。帰宅時間帯は、出勤時の対称形として求めることができ、解の記述は省略する。

以上より、出勤時基本運賃 BC^m は、鉄道通勤者数 N_r を与件として、以下の通り求められる。

$$BC^m(N_r) = \zeta^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\phi}{1 + \phi} \right) \left(\frac{\eta}{t} \right)^{\frac{1}{\theta\phi}} \left(\frac{cN_r}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (33)$$

出勤時総輸送費用 TRC^m 、混雑料金収入 PR^m は以下の通り求められる。

$$TRC^m(N_r) = \zeta^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\phi N_r}{1 + \phi} \right) \left(\frac{\eta}{t} \right)^{\frac{1}{\theta\phi}} \left(\frac{cN_r}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (34)$$

$$PR^m(N_r) = \zeta^{\frac{1}{\theta}} (1 + \theta) \left(\frac{\phi N_r}{1 + \phi} \right) \left(\frac{\eta}{t} \right)^{\frac{1}{\theta\phi}} \left(\frac{cN_r}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (35)$$

以上の解を式 (17a) に入れ、自動車通勤者の始業時刻分布 $n_a(t)$ に応じて積分すれば $SW(N_r)$ を求めることができる。さらに、通勤者数に関する条件 (17g) を満足し、社会的厚生水準 SW を最大にする N_r を求めることにより、最適な機関分担率が求められる。

(b) 一斉始業 / フレックス始業混在パターン

b) 一斉始業 / フレックス始業混在パターンでは、フレックス始業者、終業者がいない時間帯の通勤時刻分布は、a) 完全一斉始業パターンと同じである。出勤時と帰宅時が対称形であることを利用し、 $t \in [T_r^s, (T_r^s + T_r^e)/2]$ の区間の鉄道・自動車通勤者がフレックス終業する通勤者がいる区間の解を示す。このとき、解は以下のような3元連立微分方程式として求められる。

$$\dot{n}_r(t) = \left(\frac{\eta}{\xi t}\right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{Y(t) - \xi_2(t) - c(t-T)}{1+\eta}\right)^{\beta-1} \quad (36)$$

$$\dot{\xi}_2(t) = Ax \left(kt + n_r(t) - \frac{N_r}{2}\right) \left[\{N - n_w(t) - n_r(t)\}^{\mu-1} + \{n_w(t) + n_r(t)\}^{\mu-1} \right] \quad (37)$$

$$\dot{Y}(t) = A \left[\{N - n_w(t) - n_r(t)\}^{\mu} - \{n_w(t) + n_r(t)\}^{\mu} \right] \quad (38)$$

ただし、 $\xi_2(t)$ は (17c) の随伴変数である。このとき、鉄道混雑度 $r(t)$ 、輸送力 $v(t)$ は次式で求められる。

$$r(t) = \left(\frac{Y(t) - \xi_2(t) - c(t-T)}{1+\eta}\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (39)$$

$$v(t) = \left(\frac{\eta}{\xi t}\right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{Y(t) - \xi_2(t) - c(t-T)}{1+\eta}\right)^{\frac{1+\mu}{\beta}} \quad (40)$$

以上の数値解を式 (17a) に入れ、自動車通勤者の始業時刻分布 $n_w(t)$ に応じて積分すれば $SW(N_r)$ を求めることができる。さらに、通勤者数に関する条件 (17g) を満足し、社会的厚生水準 SW を最大にする N_r を求めることにより、最適な機関分担率が求められる。なお、 $n_r(t)$ 、 $n_w(t)$ は時刻 $(T_r^s + T_r^e)/2$ で不連続に変化するが、軌道が対称形であることを利用して、跳躍条件を満たすように

接続することができる。

(c) 完全フレックス始業パターン

鉄道通勤者が入社と同時に始業し、終業と同時に退社する完全フレックス始業を行う場合、解は以下のような3元連立微分方程式として求められる。

$$\dot{n}_r(t) = \left(\frac{\eta}{\xi t}\right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{Y(t) + \xi_3(t)}{2(1+\eta)}\right)^{\beta-1} \quad (41)$$

$$\dot{\xi}_3(t) = -Ax \left(kt + n_r(t) - \frac{N_r}{2}\right) \left[\{N - n_w(t) - n_r(t)\}^{\mu-1} + \{n_w(t) + n_r(t)\}^{\mu-1} \right] \quad (42)$$

$$\dot{Y}(t) = A \left[\left\{ N - \left(kt + \frac{N_w}{2} \right) - n_r(t) \right\}^{\mu} - \left\{ \left(kt + \frac{N_w}{2} \right) + n_r(t) \right\}^{\mu} \right] \quad (43)$$

ただし、 $\xi_3(t)$ は (17d) の随伴変数である。このとき、鉄道混雑度 $s(t)$ 、輸送力 $u(t)$ は次式で求められる。

$$s(t) = \left(\frac{Y(t) + \xi_3(t)}{2(1+\eta)}\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (44)$$

$$u(t) = \left(\frac{\eta}{\xi t}\right)^{\frac{1}{\beta}} \left(\frac{Y(t) + \xi_3(t)}{2(1+\eta)}\right)^{\frac{1+\mu}{\beta}} \quad (45)$$

なお、 $s(t) = r(t)$ 、 $u(t) = v(t)$ 、 $n_r(t) = n_r(t) = l_r(t)$ である。

以上の数値解を式 (17a) に入れ、自動車通勤者の始業時刻分布 $n_w(t)$ に応じて積分すれば $SW(N_r)$ を求めることができる。さらに、通勤者数に関する条件 (17g) を満足し、社会的厚生水準 SW を最大にする N_r を求めることにより、最適な機関分担率が求められる。

自動車・鉄道の分担を考慮したフレックスタイム制度下の最適通勤・始業時刻分布の分析*

吉村 充功^{***}・奥村 誠^{***}

本研究では、自動車・鉄道の機関分担が存在する状況において、フレックスタイムとピークロードプライシングの組み合わせ下での最適な通勤・始業時刻分布を分析できる理論モデルを構築、求解した。このとき、混雑緩和という外部不経済の緩和だけでなく、フレックスは時間的集積の経済性の低下をもたらすという負の効果を考慮した。結果より、必要条件を満たす始業時刻分布パターンは、自動車、鉄道とも3パターンであり、その組み合わせ数である9パターンが、最適パターンとなりうることを明らかにした。また、数値計算より施策の導入により機関分担率が変化することを確認するとともに、経済評価を行い各項目への正負の影響を明らかにした。

Optimal Commuting and Work Start Time Distributions under Flexible Work Hours System considering Modal Split between Automobile and Railroad*

By Mitsunori YOSHIMURA^{***} · Makoto OKUMURA^{***}

In this paper, we have proposed and solved theoretical model to analyze the optimal commuting and work start time distributions under flexible work hours (FWH) with peak-load pricing (PLP) considering modal split between road and railroad. In the results, we have shown that the optimal work start time distributions satisfied

necessary condition are 9 patterns which are the combination of each 3 patterns for automobile and railroad commuters. From numerical examples, furthermore, we could have confirmed that the modal split is change, and evaluated economic effects of the FWH with the FLP.
